Projet national de recherche et développement

RAPPORT DE RECHERCHE / LIVRABLE

Modèles probabilistes de dimensionnement des chaussées

Auteur / Organisme :

Tristan LORINO / Ifsttar

Thème de rattachement :

Thème 3
« Évaluation de la durée de vie résiduelle des chaussées »

Numéro de rapport : 3 (v2)

Lettre de commande n° LC/18/DVDC/55

25/05/20

Site internet : www.dvdc.fr
Plateforme collaborative : www.omnispace.fr/dvdc
Président : Dominique JAUMARD
Directeurs : Eric LAYERLE et Christine LEROY

Gestion administrative et financière : IREX (www.irex.asso.fr), 9 rue de Berri 75008 PARIS, contact@irex.asso.fr

Sommaire

1. Introduction

1.1 Objectif

L'objectif du présent rapport est d'identifier, dans la modélisation mécanique du dimensionnement des chaussées, les paramètres qui influent le plus sur les recommandations finales pour la conception des différentes couches de la chaussée. Il introduit, sous forme de simulations, une variabilité concernant plusieurs composantes d'entrée du modèle de dimensionnement, afin de quantifier les sources prépondérante de variabilité en sortie du modèle, et d'analyser la concordance entre les recommandations issues du Guide de dimensionnement et la variabilité observée pour la conception des différentes couches.

Le premier livrable rédigé dans le cadre du thème 3 de DVDC s'intéressait à la prise en compte de la variabilité des données relatives à l'entretien routier, avec notamment deux approches différentes : la régression non linéaire mixte et les modèles d'apprentissage automatique. Le présent document s'intéresse à la prise en compte de la variabilité dans une phase plus amont : celle de la conception même de la structure de chaussée.

1.2 Modèles mécaniques

Ce document est destiné à analyser la variabilité intrinsèque au calcul de dimensionnement d'une chaussée. Deux types de modèles sont étudiés :

- un modèle dit « mécaniste-empirique », qui se focalise sur la modélisation de la fatigue de la chaussée [8] ;
- le modèle issu du guide français de dimensionnement des chaussées.

Le choix des paramètres d'entrée à faire varier repose sur des considérations pratiques, et la présente analyse peut être étendue en incluant davantage de paramètres.

En fin de document sont fournies toutes les procédures informatiques déployées dans le cadre de cette étude.

1.3 Simulations de Monte-Carlo

Il s'agit d'attribuer à un paramètre d'entrée du modèle une distribution de probabilités, et d'analyser la distribution en sortie du paramètre d'intérêt, afin de quantifier sa variabilité. Cette analyse repose sur un grande nombre de simulations, dans le but d'obtenir des résultats robustes. Les variations en entrée de modèle se feront suivant des lois normales : la notation sera $\mathcal{N}(m;\sigma)$ où m et σ sont respectivement la moyenne et l'écart type de la loi normale.

1.4 Analyse de sensibilité

Pour des paramètres d'entrée indépendants, nous utilisons comme indicateur de sensibilité l'indice de Sobol [6], qui quantifie la part de la variance de la variable réponse due à chacune des variables d'entrée :

$$\mathrm{S}_i = \frac{\mathbb{V}\mathrm{ar}\left[\mathbb{E}(\mathrm{Y}|\mathrm{X}_i)\right]}{\mathbb{V}\mathrm{ar}(\mathrm{Y})}.$$

2. Modèle mécanico-empirique de conception des chaussées

2.1 Introduction

Les deux modes de défaillance pris en compte lors du dimensionnement d'une chaussée sont la fatigue et l'orniérage ; nous nous intéressons ici à la fatigue seule. L'approche mécaniste-empirique tend à déterminer la probabilité de rupture en fatigue de la chaussée, rupture qui apparaît lorsque la charge de trafic cumulé attendu T est supérieure au nombre de répétitions de charges autorisées N_f. Si l'on note D cet indicateur d'endommagement, alors

$$\mathrm{D} = \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{N}_f} \tag{2.1}$$

2.2 Écriture du modèle

Nous avons repris l'écriture des équations issues du modèle mécanico-empirique, que l'on retrouve à de nombreuses reprises dans les études internationales [1, 8].

2.2.1 Durée de vie en fatigue

La durée de vie en fatigue N_f est égale au nombre de cycles de sollicitation à la rupture :

$$\mathrm{N}_f = k_1 \times \left(\frac{1}{\epsilon_t}\right)^{k_2} \times \left(\frac{1}{\mathrm{E}_1}\right)^{k_3} \tag{2.2}$$

Certains auteurs préconisent de supprimer le dernier terme de (2.2), sous prétexte que k_3 est très petit devant k_2 [5]. Comme le montre l'étude de sensibilité plus loin, nous avons préféré conserver ce terme, son impact étant loin d'être négligeable.

La contrainte en traction horizontale est :

$$\epsilon_t = f_1 + f_2 \log(\mathrm{E}_1) + f_3 \log(\mathrm{E}_2) + f_4 \log(\mathrm{E}_3) + f_5 \log(h_1) + f_6 \log(h_2) \tag{2.3}$$

La signification et les valeurs des paramètres sont fournies par les tableaux 2.1, 2.2 et 2.3. Elles sont issues de [8], en particulier, les moyennes et écart types présentés ici.

TABLE 2.1 – *Facteurs du modèle de fatigue (d'après [8]).*

Nom	Signification	Valeur*
E_1	Module de l'enrobé (MPa)	$\mathcal{N}(2\,000\ ;\ 400)$
E_2	Module de la couche granulaire (MPa)	$\mathcal{N}(450\ ;\ 50)$
E_3	Module du sol support (MPa)	$\mathcal{N}(80\ ;\ 10)$
h_1	Épaisseur d'enrobé (cm)	$\mathcal{N}(15\ ;\ 0{,}7)$
h_2	Épaisseur de la couche granulaire (cm)	$\mathcal{N}(20\ ;\ 2)$

$\mathcal{N}(m,\sigma)$: variable gaussienne de moyenne m et d'écart type σ.

TABLE 2.2 – *Paramètres adimensionnels du modèle de fatigue (d'après [8]).*

Nom	Valeur
k_1	0,0795
k_2	3,291
k_3	0,854

TABLE 2.3 – *Paramètres adimensionnels du modèle de contrainte (d'après [8]).*

Nom	Valeur
f_1	$1{,}454 \times 10^{-3}$
f_2	$-7{,}998 \times 10^{-5}$
f_3	$-6{,}595 \times 10^{-5}$
f_4	$-1{,}421 \times 10^{-7}$
f_5	$-1{,}060 \times 10^{-4}$
f_6	$-6{,}913 \times 10^{-6}$

2.2.2 Trafic cumulé

Le trafic cumulé sur la durée de vie de la chaussée est :

$$\mathrm{T} = 365 \times \frac{(1+r)^n - 1}{r} \times \mathrm{A} \times \mathrm{F} \times \mathrm{L} \tag{2.4}$$

où les différents facteurs sont explicités dans le tableau 2.4.

TABLE 2.4 – *Facteurs associés à la détermination du trafic cumulé (d'après [8]).*

Nom	Signification	Valeur
A	Trafic journalier moyen lors de la mise sous trafic (million d'essieux standard)	150
n	Durée d'exploitation (années)	20
F	Facteur d'agressivité du trafic (adimensionnel)	$\mathcal{N}(3\ ;\ 0{,}5)$
L	Facteur de distribution latérale (adimensionnel)	$\mathcal{N}(0{,}75\ ;\ 0{,}05)$
r	Taux annuel de croissance du trafic (%)	$\mathcal{N}(7\ ;\ 1)$

2.3 Distribution de l'endommagement

Pour obtenir la distribution de l'endommagement, on commence par étudier celles de de T et $\mathrm{N}f$. À partir de l'équation (2.4) et des variations de F, L et r issues du tableau 2.4, on obtient comme distribution pour T une loi log-normale (fig. 2.1 à gauche).

De même, avec les équations 2.2 et 2.3 et les variations en entrées de modèle issues du tableau 2.1, on constate que N_f suit également une loi-normale (fig. 2.1 à droite).

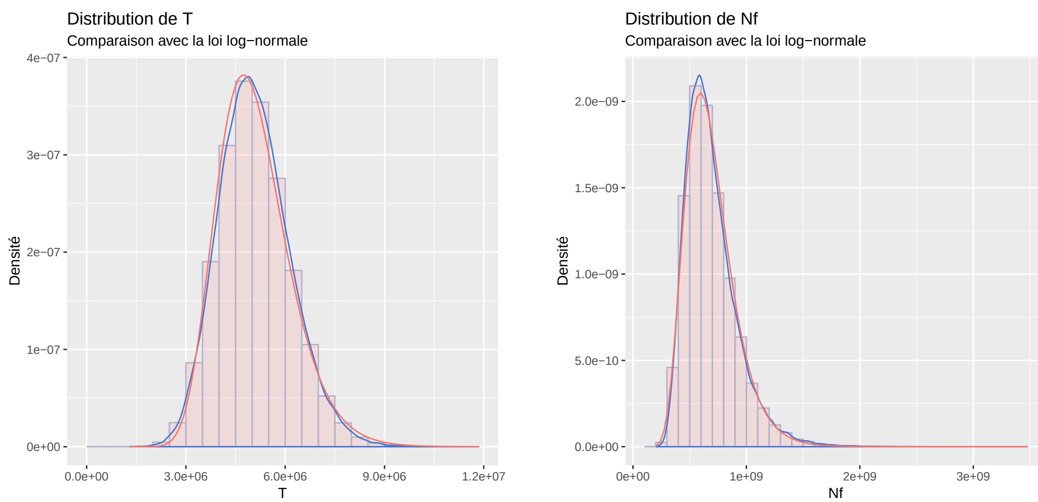

FIGURE 2.1 – *Distribution de T (gauche) et Nf (droite), avec ajout de la distribution d'une loi log-normale (en rouge).*

Puisque $\mathrm{D} = \mathrm{T}/\mathrm{N}f$, il est logique qu'à son tour la distribution de D suive aussi une loi log-normale [1], ce qu'atteste la figure 2.2.

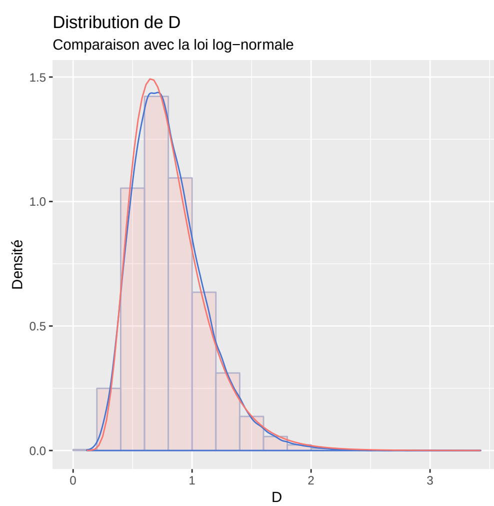

FIGURE 2.2 – *Distribution de D, avec ajout de la distribution d'une loi log-normale (en rouge).*

2.4 Analyse de l'indicateur d'endommagement

La figure 2.3 illustre la fonction de répartition empirique de D, qui est égale à $\mathbb{P}(\mathrm{D} \leqslant d)$ pour tout $d \geqslant 0$. Les paramètres auxquelles sont affectés des distributions de probabilités sont ceux indiqués dans les tableaux 2.1 et 2.4. Pour chaque configuration (une durée de dimension donnée et un trafic initial donné), 25 000 simulations sont réalisées.

1. $\log(\mathrm{D}) = \log(\mathrm{T}) - \log(\mathrm{N}f)$, et ces deux dernières variables aléatoires sont supposées indépendantes et suivre des lois normales. Par conséquent $\log(\mathrm{D})$ suit une loi normale, ce qui équivaut à dire que D suit une loi log-normale.

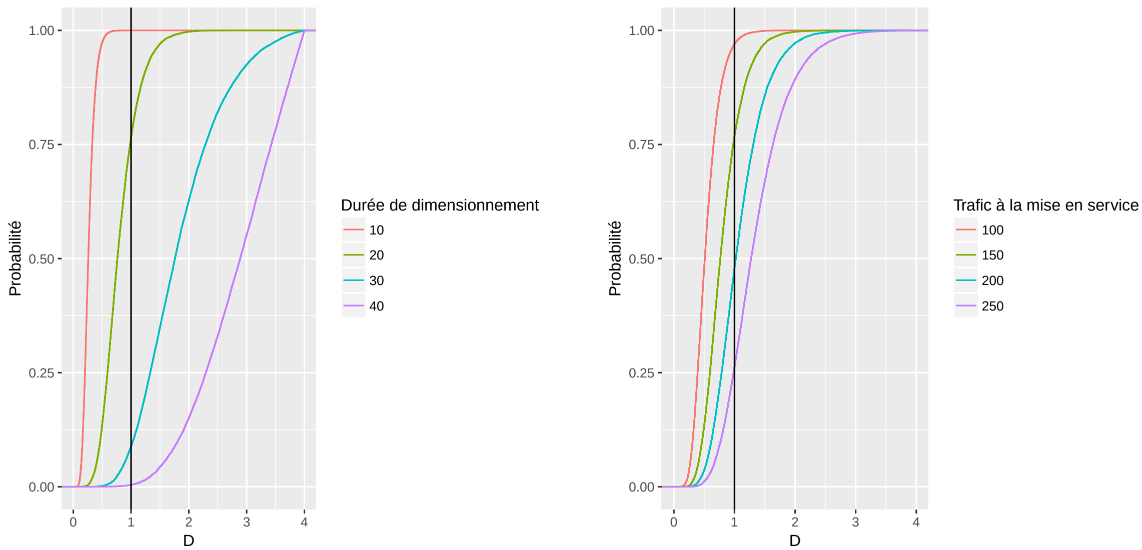

FIGURE 2.3 – *Fonction de répartition de D en fonction de la durée de vie initiale pour un trafic initial de 150 (gauche), et en fonction du trafic initial pour une durée de dimensionnement de 20 ans (droite).*

En particulier, la droite verticale pour l'abscisse égale à 1 fournit la probabilité de non-rupture de la chaussée, soit $\mathbb{P}(\mathrm{D} \leqslant 1)$:

- pour un trafic initial fixé à 150 PL, la probabilité de non-rupture est de 1 pour une durée de dimensionnement de 10 ans, de $0{,}75$ pour une durée de dimensionnement de 20 ans, etc. À trafic initial donné, plus la durée de dimensionnement est grande, plus la structure risque de se dégrader ;
- pour une durée de dimensionnement fixée à 20 ans, la probabilité que la chaussée n'atteigne pas la rupture est d'environ $0{,}95$ pour un trafic initial de 100 PL, de $0{,}75$ pour un trafic initial de 150, etc. Pour une durée de dimensionnement fixe donnée, plus le trafic initial est important, plus la structure risquera de se dégrader.

2.5 Analyses de sensibilité

L'analyse de sensibilité permet d'identifier les facteurs et coefficients ayant les plus forts impacts sur la variabilité de $\mathrm{N}f$. Par rapport à certaines études prônant la suppression du dernier terme de l'éq. (2.2), le tableau 2.5 montre qu'il est utile de le conserver puisque sa contribution à la variabilité du facteur d'endommagement est loin d'être négligeable.

Table 2.5 – *Analyse de sensibilité des facteurs mécaniques (gauche) et des coefficients de fatigue (droite).*

Nom	Valeur
E1	53 %
E2	36 %
E3	0 %
h1	11 %
h2	0 %

Nom	Valeur
k1	1 %
k2	54 %
k3	45 %

À titre de comparaison, nous retrouvons des résultats similaires à ceux d'une étude publiée en 2016 [2], comme l'indique la figure 2.4 issue de cette étude.

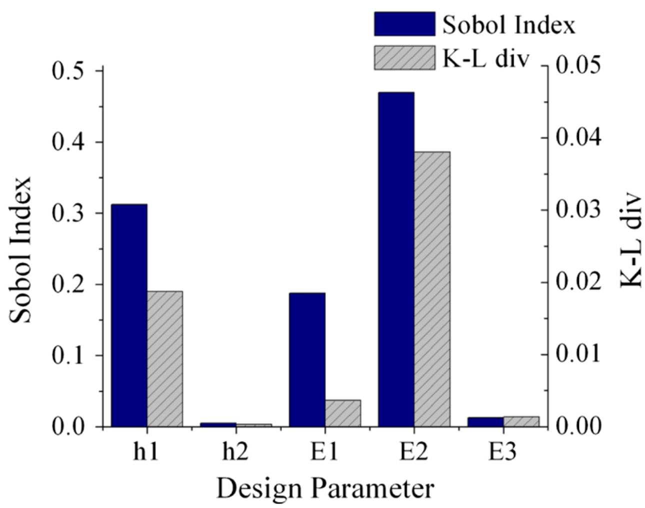

Figure 2.4 – *Analyse de sensibilité issue de [2].*

3. Guide technique de conception et dimensionnement des chaussées

Les éléments suivants sont tirés du *Guide technique « Conception et dimensionnement des structures de chaussées »* [3].

3.1 Introduction

Pour la phase de dimensionnement proprement dite, la méthode française relève d'une démarche combinant les apports de la mécanique rationnelle et des éléments expérimentaux :

- les méthodes de la mécanique sont employées pour définir un modèle de la structure de chaussée et calculer les sollicitations engendrées par la charge standard correspondant à l'essieu légal ;
- les résultats d'essais de laboratoire sur l'endommagement en fatigue des matériaux de chaussée sont ensuite utilisés pour apprécier la résistance en fatigue de la structure en retenant l'hypothèse d'additivité des dommages de Miner ;
- les connaissances tirées de l'observation du comportement de chaussées réelles, notamment pour caler les résultats du modèle de calcul.

Si le processus d'élaboration des matériaux des couches de chaussée et les précautions prises à la mise en œuvre permettent de limiter certaines variations de caractéristiques, le développement de l'endommagement par fatigue garde intrinsèquement un caractère aléatoire dont témoigne la dispersion des résultats d'essai de fatigue sur éprouvette en laboratoire. À ces aspects propres aux matériaux s'ajoute la variabilité de l'épaisseur des couches de chaussée réalisées sur chantier, dispersion qui dépend des méthodes d'exécution et de la qualité des travaux.

Enfin, les facteurs qui sont la cause même des sollicitations dans la chaussée, à savoir les paramètres d'environnement et le trafic, varient au cours de la durée de vie de la chaussée sans qu'il soit souvent possible d'en faire une prévision précise

La conjonction de cet ensemble de sources d'incertitude conduit à raisonner en termes probabilistes pour apprécier l'évolution du risque de dégradation de la chaussée. C'est ce que traduisent les concepts de durée initiale et de risque de calcul.

3.2 Risque de calcul

Compte tenu du caractère probabiliste exposé plus haut, l'objectif qui peut être retenu est que la probabilité d'apparition de dégradations (d'une nature ou d'une amplitude donnée) avant une période donnée de d années, soit inférieure à une valeur fixée. Cette probabilité de rupture est appelée le « risque de calcul », et la période de d années la « durée initiale de calcul ».

Par la suite, on considérera que le risque de calcul est ainsi défini : « un risque de ρ %, sur une période de d années, pris pour le dimensionnement de la chaussée est la probabilité pour qu'apparaissent, au cours de ces d années des désordres qui impliqueraient des travaux de renforcement assimilables à une reconstruction de la chaussée, en l'absence de toute intervention d'entretien structurel dans l'intervalle. »

Les valeurs des sollicitations admissibles dans les couches de chaussée sont déterminées à partir des caractéristiques du comportement en fatigue des matériaux, du trafic cumulé et de ce risque de calcul. Un coefficient multiplicateur de calage est introduit pour corriger les écarts entre les prédictions tirées de la démarche de calcul et l'observation du comportement des chaussées.

Les seuls facteurs pris en considération pour rendre compte de la variabilité de l'apparition et du développement des dégradations des chaussées sont les dispersions sur :

- les résultats d'essais en fatigue ;
- l'épaisseur des couches lors de l'exécution.

3.3 Courbe de fatigue

La courbe de fatigue tirée des essais de laboratoire est définie pour une probabilité de rupture de 50 %. Les résultats des essais, exprimés en $\log(\mathrm{N})$ (logarithme décimal du nombre de cycles à la rupture) sont distribués suivant une loi normale avec un écart-type noté σ_{N}. L'épaisseur des couches est considérée comme étant elle aussi distribuée selon une loi normale d'écart-type σ_h.

La courbe représentant l'amplitude de sollicitation ϵ en fonction de la durée de vie N_f est appelée courbe de Wöhler. Pour les enrobés bitumineux, elle est caractérisée par la relation ou loi de fatigue suivante :

$$\epsilon = \mathrm{A} \cdot \mathrm{N}_f^{-b} \tag{3.1}$$

Par commodité, la pratique courante est d'exprimer la déformation ϵ en 10^{-6} (noté µdef).

3.4 Trafic équivalent

La méthode de dimensionnement nécessite de convertir le trafic réel poids lourds (PL) en un nombre cumulé NE de passages d'essieux de référence [1]. Le trafic est calculé à partir de plusieurs paramètres :

- le nombre de poids lourds qui vont circuler par jour à l'instant de la mise en service ;
- l'agressivité et la croissance du trafic ;
- la durée de vie souhaitée de la chaussée.

Le trafic cumulé sur la durée de vie d de la chaussée est :

$$\mathrm{N} = 365 \times \frac{(1+r)^d - 1}{r} \times \mathrm{TMJA} \tag{3.2}$$

où TMJA est le trafic PL par sens compté en moyenne journalière annuelle et r est le taux de croissance du trafic pendant la durée initiale de calcul. Le tableau 3.1 rappelle la composition des classes de trafic en fonction du trafic MJA, ainsi que le risque de calcul retenu à 20 ans pour les graves bitumes et les graves hydrauliques, sur routes nationales.

1. En France, l'essieu de référence est celui de 13 t et donc $\mathrm{P}_{\text{réf}} = 130$ kN.

TABLE 3.1 – *Classes de trafic et, concernant les routes nationales, le risque de calcul retenu à 20 ans pour les graves bitumes (et graves hydrauliques entre parenthèses).*

TMJA	Classe	Risque (%)
0-25	T5	–
25-50	T4	–
50-150	T3	25 (12)
150-300	T2	12 (7,5)
300-750	T1	5 (5)
750-2 000	T0	2 (2,5)
2 000-5 000	TS	–
$>$ 5 000	TEX	–

Le trafic cumulé NE, exprimé en nombre équivalent d'essieux de référence, est :

$$\mathrm{NE} = \mathrm{N} \times \mathrm{CA} \tag{3.3}$$

où CA est le coefficient d'agressivité moyenne du PL par rapport à l'essieu de référence.

3.5 Sollicitation admissible pour le sol support

Dans le cas des chaussées souples et bitumineuses épaisses, le corps de chaussée doit être dimensionné pour éviter l'orniérage du support par cumul de déformations permanentes à ce niveau. Pour les autres structures de chaussée plus rigides, c'est le critère de résistance en fatigue des couches d'assise qui est presque toujours déterminant. À défaut de méthode de calcul et de données permettant d'estimer l'évolution des déformations permanentes en fonction des contraintes et du nombre d'applications de charges, le dimensionnement de la structure de chaussée, vis-à-vis du risque d'orniérage du support, est fait en limitant la déformation verticale ϵ_z du sol support.

Pour les chaussées à moyen et fort trafic (classe de trafic supérieure ou égale à T3), la déformation admissible est définie par :

$$\epsilon_{z,\mathrm{ad}} = 0{,}012 \times \mathrm{NE}^{-0{,}222} \tag{3.4}$$

Pour les chaussées à faible trafic (classe de trafic inférieure à T3), elle vaut :

$$\epsilon_{z,\mathrm{ad}} = 0{,}016 \times \mathrm{NE}^{-0{,}222} \tag{3.5}$$

3.6 Sollicitation admissible pour les chaussées souples et bitumineuses épaisses

Connaissant le NE et la loi de fatigue (cf. éq. (3.1)), il est possible de calculer la sollicitation admissible $\epsilon_{t,\mathrm{ad}}$:

$$\epsilon_{t,\mathrm{ad}} = \epsilon_6(10\ °\mathrm{C},\ 25\ \mathrm{Hz}) \times \left(\frac{\mathrm{NE}}{10^6}\right)^b \times \sqrt{\frac{\mathrm{E}(10\ °\mathrm{C})}{\mathrm{E}(\theta_{\mathrm{eq}})}} \times k_r \times k_s \times k_c \tag{3.6}$$

avec :

- ϵ_6 la déformation nécessaire pour atteindre 10^6 cycles ;
- b la pente de la droite de fatigue ;
- $\mathrm{E}(10\ °\mathrm{C})$ le module de rigidité du matériau bitumineux à 10 °C et 10 Hz ;
- $\mathrm{E}(\theta_{\mathrm{eq}})$ le module de rigidité du matériau bitumineux à la température équivalente θ (égale à 15 °C en France métropolitaine) et à la fréquence de 10 Hz ;
- un terme k_r lié au risque, qui prend en compte la dispersion des résultats de l'essai de fatigue et la variation d'épaisseur des couches liée aux difficultés de mise en œuvre ;
- un terme k_s lié à la sécurité par rapport à un éventuel défaut de portance de la plateforme, d'autant plus important que celle-ci est de qualité médiocre ;
- un terme k_c de calage, qui est un coefficient empirique qui permet de retrouver les déformations mesurées sur chaussée et qui corrige les effets de paramètres environnementaux non pris en compte par la loi de fatigue ou la correction de température.

Le coefficient k_r ajuste la valeur de la déformation admissible au risque de calcul retenu en fonction des facteurs de dispersion sur l'épaisseur σ_h et sur les résultats des essais de fatigue σ_{N} :

$$k_r = 10^{-ub\delta} \tag{3.7}$$

avec :

- u variable centrée réduite associée au risque ρ ;
- δ écart-type de la distribution de $\log(\mathrm{N})$ à la rupture :

$$\delta = \sqrt{\sigma_{\mathrm{N}}^2 + \frac{c^2}{b^2} \cdot \sigma_h^2} \tag{3.8}$$

où c est le coefficient reliant la variation de déformation à la variation aléatoire d'épaisseur de la chaussée. Pour les structures courantes, c est de l'ordre de $0{,}02$ cm^{-1}.

Pour les chantiers courants, en fonction de l'épaisseur totale e des couches mises en œuvre, les valeurs de σ_h sont fournies par le tableau 3.2.

TABLE 3.2 – *Valeurs de l'écart-type sur les épaisseurs des couches en matériaux hydrocarbonés lors de la mise en œuvre.*

e (cm)	**$e \leqslant 10$**	**$10 < e < 15$**	**$e \geqslant 15$**
σ_h (cm)	1	$1 + 0{,}3 \times (e - 10)$	$2{,}5$

Les tableaux 3.3 et 3.4 fournissent les valeurs des coefficients k_c (coefficient de calage destiné à ajuster les résultats du modèle de calcul au comportement observé de chaussées de même type) et k_s (coefficient minorateur tenant compte de l'effet d'hétérogénéités locales de portance d'une couche de faible rigidité supportant les couches liées).

TABLE 3.3 – *Valeurs du coefficient k_c.*

Matériau	GB	BB	EME
k_c	1,3	1,1	1

TABLE 3.4 – *Valeurs du coefficient k_s en fonction du module du matériau de la couche sous-jacente.*

Module (MPa)	$E < 50$	$50 \leqslant E < 120$	$E \geqslant 120$
k_s	1/1,2	1/1,1	1

3.7 Couche de surface

Pour la détermination de l'épaisseur de la couche de surface en enrobés bitumineux, on considère ici trois situations :

- les chaussées souples à couche de base granulaire et dont la couche de roulement est peu épaisse (moins de 6 cm) ;
- les chaussées à assise traitée aux liants hydrauliques ;
- les autres cas de chaussées.

3.8 Couche de base

Pour les chaussées souples et bitumineuse épaisses :

- si le trafic est faible (NE < 250 000), l'épaisseur de la couche de base en grave non traitée est fixée à 15 cm jusqu'à un trafic cumulé équivalent NE de 100 000 essieux et à 20 cm au-delà ;
- l'épaisseur de matériau granulaire est fixée en fonction de la portance de la plate-forme pour assurer une mise en œuvre correcte de le couche de base. Les épaisseurs minimales retenues sont 15 cm sur PF3, 25 cm sur PF2 et 45 cm sur PFl.

3.9 Application

Nous considérons l'exemple p. 167 du *Guide technique de conception et dimensionnement des structures de chaussées* – § 4.2.4.

3.9.1 Paramètres

Les paramètres généraux sont les suivants :

- MJA : 210 PL/j avec un taux de croissance géométrique de 7 % ;
- Durée initiale : 20 ans ;

- CAM du trafic : 1 ;
- Trafic cumulé par voie : N $= 3{,}14 \times 10^6$;
- Nombre d'essieux équivalents : NE $= 3{,}14 \times 10^6$;
- Risque de calcul : 12 %.

3.9.2 Couche de surface

Avec un trafic T2, on retient une couche de surface en béton bitumineux (BB) de 6 cm d'épaisseur. Les essais de laboratoire ont donné les résultats inscrits dans le tableau 3.5.

TABLE 3.5 – *Essais de laboratoire pour le BB.*

$E(10\,°\mathrm{C},\ 10\,\mathrm{Hz})$	$E(15\,°\mathrm{C},\ 10\,\mathrm{Hz})$	$\epsilon_6(10\,°\mathrm{C},\ 25\,\mathrm{Hz})$	b	$\sigma_{N,\mathrm{BB}}$
7 200 MPa	5 400 MPa	150×10^{-6}	$-0{,}20$	0,25

La dispersion sur l'épaisseur de la couche de surface est :

$$\sigma_{h,\mathrm{BB}} = 1\ \mathrm{cm}$$

Le coefficient de calage k_c vaut 1,1.
Nous avons :

- $r = 12\,\%$;
- $u = -1{,}175$;
- $b = -0{,}2$;
- $c = 0{,}02$;
- $\delta = \sqrt{\sigma^2_{\mathrm{N,BB}} + \frac{c^2}{b^2} \cdot \sigma^2_{h,\mathrm{BB}}} = 0{,}269$;
- $k_r = 10^{-ub\delta} = 0{,}864$;
- $k_c = 1{,}1$;
- $k_s = 1$;
- et donc

$$\begin{aligned}\epsilon_{\mathrm{NE},\theta_{\mathrm{eq}},f} &= 150 \times 10^{-6} \sqrt{\frac{7\,200}{5\,400}} \times \left(\frac{3{,}14 \times 10^6}{10^6}\right)^{-0{,}2} \\ &= 138 \times 10^{-6}\end{aligned}$$

- et enfin

$$\begin{aligned}\epsilon_{t,\mathrm{ad,BB}} &= \epsilon_{\mathrm{NE},\theta_{\mathrm{eq}},f} \times k_r \times k_c \times k_s \\ &= 131 \times 10^{-6}.\end{aligned}$$

3.9.3 Sol support

La classe de portance est une PF3, $\mathrm{E} = 120$ MPa et $\nu = 0,35$. La déformation verticale admissible vaut :

$$\begin{aligned}\epsilon_{z,\mathrm{ad}} &= 0{,}012(\mathrm{NE})^{-0{,}222}\\ &= 433 \times 10^{-6}.\end{aligned}$$

3.9.4 Grave bitume

Les essais de laboratoire sur la grave bitume (GB) ont donné les résultats inscrits dans le tableau 3.6.

TABLE 3.6 – *Essais de laboratoire pour la GB.*

$E(10\,°\mathrm{C},\ 10\,\mathrm{Hz})$	$E(15\,°\mathrm{C},\ 10\,\mathrm{Hz})$	$\epsilon_6(10\,°\mathrm{C},\ 25\,\mathrm{Hz})$	b	$\sigma_{N,\mathrm{GB}}$
12 300 MPa	9 300 MPa	90×10^{-6}	$-0{,}20$	0,30

La dispersion sur l'épaisseur de la GB est :

$$\sigma_{h,\mathrm{GB}} = \min\left[\max(1\ ;\ 0{,}3h - 2)\ ;\ 2{,}5\right] \mathrm{cm} \tag{3.9}$$

Le coefficient de calage k_c vaut $1,3$.
Nous avons :

- $r = 12\,\%$;
- $u = -1{,}175$;
- $b = -0,2$;
- $c = 0{,}02$;
- $\delta = \sqrt{\sigma^2_{\mathrm{N,GB}} + \frac{c^2}{b^2} \cdot \sigma^2_{h,\mathrm{GB}}} = 0{,}391$ (si $h_{\mathrm{GB}} \geqslant 15$ cm) ;
- $k_r = 10^{-ub\delta} = 0{,}810$;
- $k_c = 1{,}3$;
- $k_s = 1$;
- et donc

$$\begin{aligned}\epsilon_{\mathrm{NE},\theta_{\mathrm{eq}},f} &= 90 \times 10^{-6} \sqrt{\frac{12\,300}{9\,300}} \times \left(\frac{3,14 \times 10^6}{10^6}\right)^{-0,2}\\ &= 82 \times 10^{-6}\end{aligned}$$

- et enfin

$$\epsilon_{t,\mathrm{ad,GB}} = \epsilon_{\mathrm{NE},\theta_{\mathrm{eq}},f} \times k_r \times k_c \times k_s \tag{3.10}$$

$$= 86 \times 10^{-6} \quad (\text{si } h_{\mathrm{GB}} \geqslant 15 \text{ cm}). \tag{3.11}$$

3.9.5 Récapitulatif

Le tableau 3.7 récapitule les valeurs admissibles.

TABLE 3.7 – *Récapitulatif des valeurs admissibles.*

Indicateur	Valeur
$\epsilon_{t,\text{ad,BB}}$	131×10^{-6}
$\epsilon_{t,\text{ad,GB}}$	86×10^{-6}
$\epsilon_{z,\text{ad}}$	433×10^{-6}

4. Variations

Par la suite, concernant la variabilité des paramètres :

- les moyennes sont celles de l'exemple du Gide de dimensionnement ;
- les écart types sont déterminés de manière à avoir une variabilité importante tout en s'assurant que les différentes valeurs des paramètres demeurent positives.

4.1 Déformation admissible du sol support

À partir de l'éq. 3.2 et de 100 000 simulations, nous étudions la distribution de la déformation admissible $\epsilon_{z,\mathrm{ad}}$ en fonction :

- de la variation du TMJA, qui suit une loi $\mathcal{N}(200, 20)$ [1];
- de la variation de r, qui suit une loi $\mathrm{N}(0{,}07; 0{,}01)$ [2].

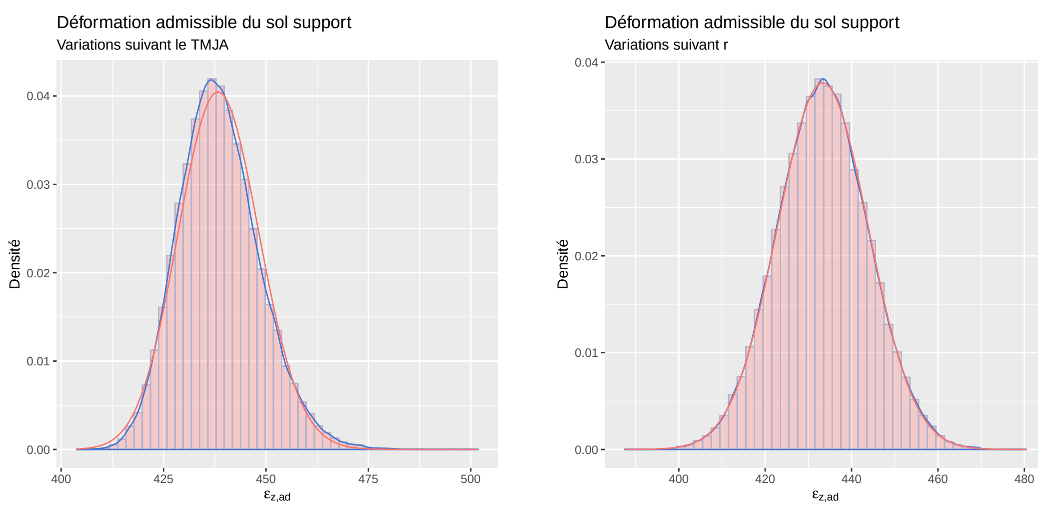

FIGURE 4.1 – *Distribution de la déformation admissible du sol support en fonction des variations du TMJA (gauche) et de r (droite).*

Nous obtenons une distribution log-normale pour $\epsilon_{z,\mathrm{ad}}$ lorsque le TMJA varie, et une distribution proche d'une gaussienne lorsque r varie. Dans les deux cas, l'amplitude est d'environ 70×10^{-6}.

4.2 Déformation admissible de la couche de surface

À partir de l'éq. 3.6 et de 100 000 simulations, nous étudions la distribution de la déformation admissible $\epsilon_{t,\mathrm{ad}}$ en fonction :

1. Ce qui donne un TMJA variant entre $1,4 \times 10^6$ et 3×10^6 PL.
2. Ce qui donne un r variant entre 3 % et 12 %.

- de la variation de $\sigma_{h,\text{BB}}$, qui suit une loi $\mathcal{N}(1; 0{,}15)$;
- de la variation de k_s, qui suit une loi $\mathcal{N}(1; 0{,}15)$;
- de la variation de k_c, qui suit une loi $\mathcal{N}(1{,}1; 0{,}15)$.

La figure 4.2 montre que les distributions de $\epsilon_{t,\text{ad}}$ sont gaussiennes lorsque, en entrée, les paramètres varient suivant des lois gaussiennes.

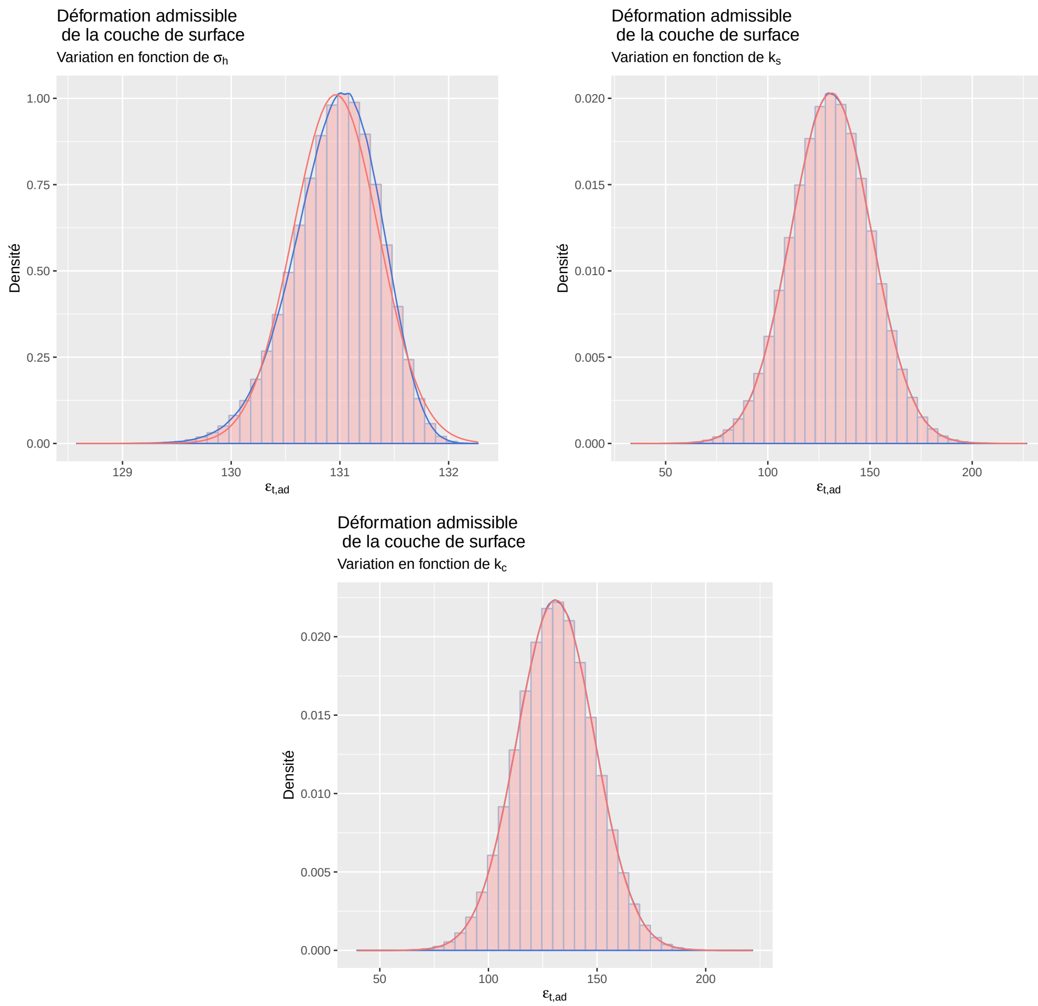

FIGURE 4.2 – *Distribution de la déformation admissible du sol support en fonction des variations de $\sigma_{h,BB}$ (en haut à gauche), de k_s (en haut à droite) et de k_c (en bas) pour la couche de surface.*

Le tableau 4.1 fournit les pourcentages de variabilité attribués à chacun des paramètres d'entrée. Tandis que la variabilité de l'épaisseur de la couche ne semble pas influer sur $\epsilon_{t,\text{ad}}$, c'est le paramètre k_s qui a la plus grande influence, suivi de près par le paramètre k_c.

Table 4.1 – *Analyse de sensibilité de trois coefficients pour la couche de surface.*

Nom	Valeur
$\sigma_{h,\mathrm{BB}}$	0 %
k_s	55 %
k_c	45 %

4.3 Déformation admissible de la couche de grave bitume

À partir de l'éq. 3.10 et de 100 000 simulations, nous étudions la distribution de la déformation admissible $\epsilon_{t,\mathrm{ad}}$ en fonction :

- de la variation de $\sigma_{h,\mathrm{GB}}$, qui suit une loi $\mathcal{N}(2{,}5\ ;\ 0{,}14)$ [3] ;
- de la variation de k_s, qui suit une loi $\mathcal{N}(1; 0{,}15)$;
- de la variation de k_c, qui suit une loi $\mathcal{N}(1{,}3; 0{,}15)$.

La figure 4.3 montre que la déformation admissible $\epsilon_{t,\mathrm{ad}}$ suit une loi gaussienne lorsque la variabilité de l'épaisseur de la couche de GB suit une loi normale.

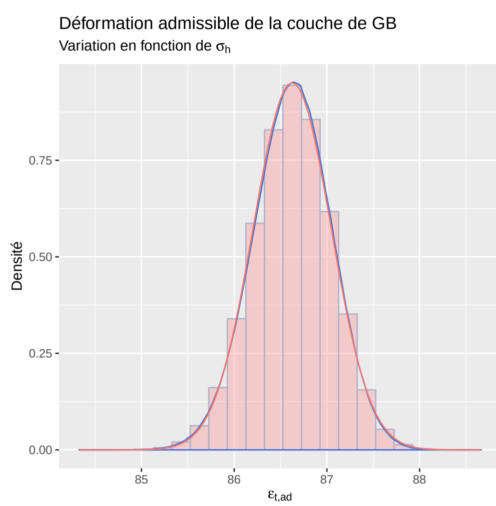

Figure 4.3 – *Distribution de la déformation admissible de la GB en fonction des variations de $\sigma_{h,GB}$.*

Par la suite, la dispersion sur l'épaisseur de la couche de GB est fixée à 2,5 – en effet, l'épaisseur de GB étant égale à 17, 18 ou 19 cm, dans ces trois cas le calcul (éq. (3.9)) mène à une dispersion de 2,5.

La figure 4.4 montre que, là encore, la déformation admissible du sol support suit une loi gaussienne lorsque soit k_c, soit k_s varie en entrée suivant une loi gaussienne.

3. L'exemple stipule que la couche de GB doit excéder 15 cm.

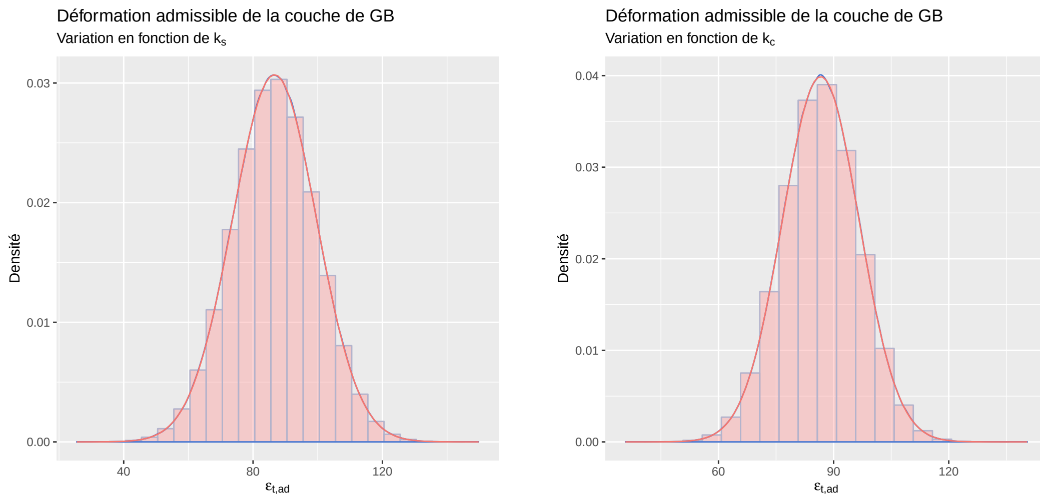

FIGURE 4.4 – *Distribution de la déformation admissible de la GB en fonction des variations de k_s (gauche) et de k_c (droite).*

Le tableau 4.2 fournit les pourcentages de variabilité attribués à chacun des paramètres d'entrée. Les résultats sont similaires à ceux concernant la couche de surface : tandis que la variabilité de l'épaisseur de la couche ne semble pas influer sur $\epsilon_{t,\text{ad}}$, c'est le paramètre k_s qui a la plus grande influence, suivi du paramètre k_c.

TABLE 4.2 – *Analyse de sensibilité de trois coefficients pour la couche de GB.*

Nom	Valeur
$\sigma_{h,\text{GB}}$	0 %
k_s	64 %
k_c	36 %

5. Conclusions

Cette étude met en évidence le rôle plus ou moins grand joué par trois paramètres du modèle de dimensionnement : la dispersion sur l'épaisseur d'une couche $\sigma_{h,\mathrm{couche}}$ et les coefficients k_s et k_c. Elle illustre également la variabilité observée sur les contraintes lorsque des distributions de probabilités sont affectées à certains paramètres d'entrée du modèle. La dernière interrogation qui s'ouvre est celle de l'impact des variabilités sur les épaisseurs de couches recommandées par le Guide de dimensionnement français.

À l'aide du logiciel Alizé, toujours dans le cadre de l'exemple en p. 167 du « Guide technique de conception et dimensionnement des structures de chaussées », nous avons déterminé les déformations dans la structure de chaussée bitumineuse (calculs de vérifications) – le tableau 5.1 en fournit les résultats – puis nous les avons comparé d'une part aux valeurs admissibles récapitulées dans le tableau 3.7, d'autre part à la déformation admissible affectée d'une variabilité telle que représentée par la figure 4.4.

TABLE 5.1 – *Déformations dans les différentes couches (calculs de vérification) en fonction des épaisseurs (notées Ép.).*

	Ép. couche de surface			
	6 cm		**10 cm**	
Ép. GB	$\epsilon_{t,\mathrm{GB}}$	$\epsilon_{z,\mathrm{sol}}$	$\epsilon_{t,\mathrm{GB}}$	$\epsilon_{z,\mathrm{sol}}$
17	89	283	72	227
18	84	265	69	215
19	79	248	65	203
22	67	208	56	174
25	57	177	48	150

Nous constatons que la déformation admissible du sol support (433×10^{-6}) est toujours supérieure à la déformation attendue (valant au maximum 283×10^{-6}). Par contre, nous voyons que $\epsilon_{t,\mathrm{ad,GB}}$ varie globalement entre 50 et 120 en fonction de k_c et k_s (fig. 4.4) : cette variabilité a donc une incidence sur l'épaisseur des couches. En effet, pour une valeur de $\epsilon_{t,\mathrm{ad,GB}}$ égale à 50, il faudra nécessairement envisager une couche de surface de 10 cm et deux couches de GB d'une épaisseur totale de 25 cm, soit par exemple une couche de 10 cm et une couche de 15 cm [1].

1. L'épaisseur d'une couche de GB 0/20 doit être comprise entre 10 cm et 15 cm.

Il pourrait être intéressant d'implémenter dans une version future d'Alizé un module de simulations permettant de prendre en compte la variabilité associée aux différents paramètres du modèle.

A. Références

[1] Asphalt Institute (1999), *Thickness design – asphalt pavements for highways and streets*, Manual Series No. 1, 9th Edition, The Asphalt Institute, Lexington, Ky USA.

[2] D.M. Dilip et G. L. Sivakumar Babu (2016), « Methodology for Global Sensitivity Analysis of Flexible Pavements in a Bayesian Back-Analysis Framework », ASCE-ASME J. Risk Uncertainty Eng. Syst., Part A, vol. 2.

[3] Guide technique « Conception et dimensionnement des structures de chaussées », Guide technique SETRA - LCPC, décembre 1994.

[4] Y.H. Huang (2004), *Pavement analysis and design*, Second Edition, Pearson Prentice Hall, New Jersey.

[5] J. Q. Retherford et M. McDonald (2010), « Reliability Methods Applicable to Mechanistic-Empirical Pavement Design Method », Transportation Research Record : Journal of the Transportation Research Board, No. 2154, Transportation Research Board of the National Academies, Washington, D.C., p. 130-137.

[6] I.M. Sobol (1993), « Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models », Mathematical Modelling and Computational Experiments, vol. 1, p. 407-414.

[7] Bruno Sudret (2007), « Uncertainty propagation and sensitivity analysis in mechanical models - Contributions to structural reliability and stochastic spectral methods », HDR, Université Blaise Pascal - Clermont II.

[8] S. Thongram et P. Rajbongshi (2016), « Probability and Reliability Aspects in Pavement Engineering », International Journal of Latest Technology in Engineering, Management & Applied Science, vol. V, issue III.

B. Code R

B.1 Modèle mécanico-empirique

```
library(ggplot2)

# msa : million standard axels
# N : nombre d'itérations
# A : trafic journalier moyen à l'instant t0
# r : taux annuel de croissance du trafic
# L : facteur de distribution latérale
# F : facteur d'agressivité du trafic
N=100000 #1000
A=350
n=10
data = data.frame(r=rnorm(N,7,1)/100,F=rnorm(N,3,.5),L=rnorm(N,.75,.05))
data$T=365*(((1+data$r)^n-1)/data$r)*A*data$F*data$L
data

# Fatigue life

k1=0.0795 #mean(c(2.21*1e-4,0.0795,0.0685,497.156,4.92*1e-14,1.66*1e-10))
k2=3.291
k3=0.854
f1=1.454*1e-3
f2=-7.998*1e-5
f3=-6.595*1e-5
f4=-1.421*1e-7
f5=-1.060*1e-4
f6=-6.913*1e-6

data$E1=rnorm(N,2000,400)
data$E2=rnorm(N,450,50)
data$E3=rnorm(N,80,10)
data$h1=rnorm(N,15,.7)
data$h2=rnorm(N,20,2)

summary(data)

data$epst = f1+f2*log(data$E1)+f3*log(data$E2)+f4*log(data$E3)+f5*log(data$h1)+f6*log(data$h2)
data$Nf = k1*(1/data$epst)^k2*(1/data$E1)^k3

# D : facteur d'endommagement
data$D=100*data$T/data$Nf

summary(data$T)
sqrt(var(data$T))
summary(data$Nf)
sqrt(var(data$Nf))


par(mfrow=c(1,2))
hist(data$T)
hist(data$D)

ggplot(data=data, aes(D)) + geom_histogram(aes(y =..density..),
             breaks=seq(0, max(data$D), by = .2),
             col="black",
             fill="green",
             alpha=.2) +
```

```
  geom_density(col=3) +
  stat_function(fun = dlnorm, args = list(mean = mean(log(data$D)), sd = sd(log(data$D))), aes(colour = 'Lognormale'))


mu=log(mean(log(data$D)))-1/2*log(1+((sd(log(data$D)))^2)/mean(log(data$D))^2)
sigma=log(1+((sd(log(data$D)))^2)/mean(log(data$D))^2)
data$prob=plnorm(data$D,,meanlog = mean(log(data$D)), sdlog = sd(log(data$D)))

#densite=data.frame(x=seq(min(data$D),max(data$D),by=.1),dens=plnorm(seq(min(data$D),max(data$D),by=.1),meanlog = mean(log(data$D))
#plot(densite$x,densite$dens)

ggplot(data=data, aes(D,prob)) + geom_point()
plnorm(1,meanlog = mean(log(data$D)), sdlog = sd(log(data$D)))

#head(data)

#S=sqrt(var(log(data$T))+var(log(data$Nf)))
#Zr=-mean(log(data$D))/S

#data$Np=exp(log(data$T)+Zr*S)
#data$Delta=data$Nf-data$Np
#summary(data$Delta)
#par(mfrow=c(1,1))
#hist(data$Delta)

# SENSITIVITY

cv_E1 = sqrt(var(data$E1))/mean(data$E1)
cv_E2 = sqrt(var(data$E2))/mean(data$E2)
cv_E3 = sqrt(var(data$E3))/mean(data$E3)
moy_E1=mean(data$E1)
moy_E2=mean(data$E2)
moy_E3=mean(data$E3)
s_E1= moy_E1*cv_E1
s_E2= moy_E2*cv_E2
s_E3= moy_E3*cv_E3

# vecteur de noms de variables pour le calcul symbolique et l'affichage
par.names <- c("E1","E2","E3")
# Valeurs moyennes + conversions d'unites
E1 <- moy_E1
E2 <- moy_E2
E3 <- moy_E3
par.mu <- c(E1,E2,E3)

# Incertitudes type
E1.u <- s_E1
E2.u <- s_E2
E3.u <- s_E3
par.u <- c(E1.u, E2.u, E3.u)

fFunc <- function(x) k1*(1/(f1+f2*log(x[1])+f3*log(x[2])+f4*log(x[3])+f5*log(mean(data$h1))+f6*log(mean(data$h2))))^k2*(1/x[1])^k3

y <- fFunc(par.mu)

fSample <- function(M, params) {
  # M : nombre de tirages a renvoyer
  # params : liste contenant les donnees necessaires au modele
  with(params, {
   E1.s <- rnorm(M, mean = moy_E1, sd = s_E1)
   E2.s <- rnorm(M, mean = moy_E2, sd = s_E2)
   E3.s <- rnorm(M, mean = moy_E3, sd = s_E3)
    return(cbind(E1.s, E2.s, E3.s))
  })
}
```

```
fModVec <- function(X) apply(X, 1, fFunc)


# Monte Carlo version
K <- 1000

params <- list(E1 = E1, E2=E2, E3=E3, E1.u = E1.u, E2.u=E2.u, E3.u = E3.u)
X <- fSample(K, params)
X <- data.frame(X)

Y <- fModVec(X)

# Methode de Sobol
library(sensitivity)
sobolSA <- function(M, fInput, fOutput, params) {
  # Calcul des coefficients de sensibilite par la methode de Sobol
  # Premier echantillon
  X1 <- fInput(M, params)
  # Deuxieme echantillon
  X2 <- fInput(M, params)
  # Run de la méthode de Sobol
  z <- soboljansen(model = fOutput, X1 = X1, X2 = X2, nboot = 5000)
  return(z)
}

z <- sobolSA(M = 10000, fInput = fSample, fOutput = fModVec, params = params)
#sobolSA(M = 10000, fInput = fSample, fOutput = fModVec, params = params)
print(z)
```

B.2 Modèle de dimensionnement français

```
########################
setwd("/Users/tristan/_Synchro/Projets/Projets\ nationaux/DVDC/R/")

## trois paramètres varient : SH_BB, kc et ks
########################
# p. 167 du Guide de dimensionnement
library(ggplot2)
library(latex2exp)

# nbre d'itérations
N=100000


# Trafic
# taux de croissance géométrique
r=0.07
#durée initiale (ans)
d=20
# CAM
CAM=1
# T MJA
tmja=210
# nbre cumulé PL pendant période
N=tmja*365*((1+r)^d-1)/r
N
# nbre essieux équivalent
NE=N*CAM
NE

#risque de calcul : 12 %
risk=0.012
```

```
#couche de surface : béton bitumineux
h_cs=6

#plate-forme support
E_ps=120
v_ps=0.35

#esais labos
E_10_BB=7200
E_15_BB=5400
eps_6_BB=150e-6
b=-0.2
SN_BB=0.25
v_BB=0.35
u_BB=-1.175
b_BB=-0.2
c_BB=0.02

eps_norm_BB=eps_6_BB*sqrt(E_10_BB/E_15_BB)*(NE/1e6)^(b_BB)
eps_norm_BB

#####################
## variation de SH ##
#####################

k_s_BB=1
k_c_BB=1.1

sim1BB=data.frame(SH_BB=rnorm(N,1,0.15))
sim1BB$delta_BB=sqrt(SN_BB^2+(c_BB^2/b_BB^2)*sim1BB$SH_BB^2)
sim1BB$k_r_BB=10^(-u_BB*b_BB*sim1BB$delta_BB)
sim1BB$eps_BB_ad=eps_norm_BB*sim1BB$k_r_BB*k_s_BB*k_c_BB*1000000
summary(sim1BB$eps_BB_ad)

eps1bb=ggplot(sim1BB, aes(eps_BB_ad)) + geom_histogram(aes(y =..density..),
                                                   breaks=seq(min(sim1BB$eps_BB_ad), max(sim1BB$eps_BB_ad), by = .2),
                                                   col="#b3b3cc",
                                                   fill="#FF9999",
                                                   alpha=.4) +
  geom_density(col="#4775d1") +
  xlab(expression(epsilon["t,ad"])) +
  ylab("Densité") +
  stat_function(fun = dnorm, args = list(mean = mean(sim1BB$eps_BB_ad), sd = sd(sim1BB$eps_BB_ad)),
         aes(colour = 'Lognormale')) +
  ylab("Densité") +
  ggtitle("Déformation admissible\n de la couche de surface (1e-6)",
         subtitle=expression(paste("Variation en fonction de ",sigma[h]))) +
  theme(legend.position='none')

ggsave(filename="epsilon_bb_sh.pdf", plot=eps1bb, width = 5.25, height = 5.25, dpi = 200)

#####################
## variation de ks ##
#####################

SH_BB=1
k_c_BB=1.1

sim2BB=data.frame(k_s_BB=rnorm(N,1,0.15))
sim2BB$delta_BB=sqrt(SN_BB^2+(c_BB^2/b_BB^2)*SH_BB^2)
sim2BB$k_r_BB=10^(-u_BB*b_BB*sim2BB$delta_BB)
sim2BB$eps_BB_ad=eps_norm_BB*sim2BB$k_r_BB*sim2BB$k_s_BB*k_c_BB*1000000
summary(sim2BB$eps_BB_ad)
```

```
eps1bbks=ggplot(sim2BB, aes(eps_BB_ad)) + geom_histogram(aes(y =..density..),
                                                     breaks=seq(min(sim2BB$eps_BB_ad), max(sim2BB$eps_BB_ad), by = 5),
                                                     col="#b3b3cc",
                                                     fill="#FF9999",
                                                     alpha=.4) +
  geom_density(col="#4775d1") +
  xlab(expression(epsilon["t,ad"])) +
  ylab("Densité") +
  stat_function(fun = dnorm, args = list(mean = mean(sim2BB$eps_BB_ad),
          sd = sd(sim2BB$eps_BB_ad)), aes(colour = 'Lognormale')) +
  ylab("Densité") +
  ggtitle("Déformation admissible\n de la couche de surface (1e-6)",subtitle=expression(paste("Variation en fonction de ",k[s]))) +
  theme(legend.position='none')

ggsave(filename="epsilon_bb_ks.pdf", plot=eps1bbks, width = 5.25, height = 5.25, dpi = 200)

####################
## variation de kc ##
####################

SH_BB=1
k_s_BB=1

sim3BB=data.frame(k_c_BB=rnorm(N,1.1,0.15))
sim3BB$delta_BB=sqrt(SN_BB^2+(c_BB^2/b_BB^2)*SH_BB^2)
sim3BB$k_r_BB=10^(-u_BB*b_BB*sim3BB$delta_BB)
sim3BB$eps_BB_ad=eps_norm_BB*sim3BB$k_r_BB*k_s_BB*sim3BB$k_c_BB*1000000
summary(sim3BB$eps_BB_ad)

eps1bbkc=ggplot(sim3BB, aes(eps_BB_ad)) + geom_histogram(aes(y =..density..),
                                                       breaks=seq(min(sim3BB$eps_BB_ad), max(sim3BB$eps_BB_ad), by = 5),
                                                       col="#b3b3cc",
                                                       fill="#FF9999",
                                                       alpha=.4) +
  geom_density(col="#4775d1") +
  xlab(expression(epsilon["t,ad"])) +
  ylab("Densité") +
  stat_function(fun = dnorm, args = list(mean = mean(sim3BB$eps_BB_ad),
          sd = sd(sim3BB$eps_BB_ad)), aes(colour = 'Lognormale')) +
  ylab("Densité") +
  ggtitle("Déformation admissible\n de la couche de surface (1e-6)",
          subtitle=expression(paste("Variation en fonction de ",k[c]))) +
  theme(legend.position='none')

ggsave(filename="epsilon_bb_kc.pdf", plot=eps1bbkc, width = 5.25, height = 5.25, dpi = 200)

###################################
## variation des trois paramètres ##
###################################

# data.frame
simBB=data.frame(SH_BB=rnorm(N,1,0.15),k_s_BB=rnorm(N,1,0.15),k_c_BB=rnorm(N,1.1,0.15))
simBB[,4]=sqrt(SN_BB^2+(c_BB^2/b_BB^2)*simBB$SH_BB^2)
dimnames(simBB)[[2]][4]=c("delta_BB")

simBB[,5]=10^(-u_BB*b_BB*simBB$delta_BB)
dimnames(simBB)[[2]][5]=c("k_r_BB")

simBB[,6]=eps_norm_BB*simBB$k_r_BB*simBB$k_s_BB*simBB$k_c_BB*1000000
dimnames(simBB)[[2]][6]=c("eps_BB_ad")

summary(simBB$k_s_BB)

##########################################################
## histogrammes des coefficients variants et de la déformation ##
```

```
####################################################################

################################ SH
shbb=ggplot(simBB, aes(SH_BB)) + geom_histogram(aes(y =..density..),
  breaks=seq(min(simBB$SH_BB), max(simBB$SH_BB), by = .05),
  col="#b3b3cc",
  fill="#FF9999",
  alpha=.4) +
  geom_density(col="#4775d1") +
  xlab(expression(sigma["h,BB"])) +
  ylab("Densité") +
  stat_function(fun = dnorm, args = list(mean = mean(simBB$SH_BB), sd = sd(simBB$SH_BB)), aes(colour = 'Normale')) +
  ylab("Densité") +
  ggtitle("Écart-type de l'épaisseur") +
  theme(legend.position='none')

ggsave(filename="sh-bb.pdf", plot=shbb, width = 5.25, height = 5.25, dpi = 200)

################################ ks
ksbb=ggplot(simBB, aes(k_s_BB)) + geom_histogram(aes(y =..density..),
   breaks=seq(min(simBB$k_s_BB), max(simBB$k_s_BB), by = .1),
   col="#b3b3cc",
   fill="#FF9999",
   alpha=.4) +
  geom_density(col="#4775d1") +
  xlab(expression(k["s"])) +
  ylab("Densité") +
  stat_function(fun = dnorm, args = list(mean = mean(simBB$k_s_BB), sd = sd(simBB$k_s_BB)), aes(colour = 'Normale')) +
  ylab("Densité") +
  ggtitle(expression(paste("Distribution de k"["s"]))) +
  theme(legend.position='none')

ggsave(filename="ks-bb.pdf", plot=ksbb, width = 5.25, height = 5.25, dpi = 200)

################################ ks
kcbb=ggplot(simBB, aes(k_c_BB)) + geom_histogram(aes(y =..density..),
  breaks=seq(min(simBB$k_c_BB), max(simBB$k_c_BB), by = .1),
  col="#b3b3cc",
  fill="#FF9999",
  alpha=.4) +
  geom_density(col="#4775d1") +
  xlab(expression(k["c"])) +
  ylab("Densité") +
  stat_function(fun = dnorm, args = list(mean = mean(simBB$k_c_BB), sd = sd(simBB$k_c_BB)), aes(colour = 'Normale')) +
  ylab("Densité") +
  ggtitle(expression(paste("Distribution de k"["c"]))) +
  theme(legend.position='none')

ggsave(filename="kc-bb.pdf", plot=kcbb, width = 5.25, height = 5.25, dpi = 200)

################################ déformation admissible
epsbb=ggplot(simBB, aes(eps_BB_ad)) + geom_histogram(aes(y =..density..),
      breaks=seq(min(simBB$eps_BB_ad), max(simBB$eps_BB_ad), by = 10),
      col="#b3b3cc",
      fill="#FF9999",
      alpha=.4) +
  geom_density(col="#4775d1") +
  xlab(expression(epsilon["t,ad"])) +
  ylab("Densité") +
  stat_function(fun = dlnorm, args = list(mean = mean(log(simBB$eps_BB_ad)),
          sd = sd(log(simBB$eps_BB_ad))), aes(colour = 'Lognormale')) +
  ylab("Densité") +
  ggtitle("Déformation admissible\n de la couche de surface (1e-6)") +
  theme(legend.position='none')

```

```
ggsave(filename="epsilon-bb.pdf", plot=epsbb, width = 5.25, height = 5.25, dpi = 200)


################################
## Sensibilité
################################

moy_sh=mean(simBB$SH_BB)
moy_ks=mean(simBB$k_s_BB)
moy_kc=mean(simBB$k_c_BB)

s_sh= sqrt(var(simBB$SH_BB))
s_ks= sqrt(var(simBB$k_s_BB))
s_kc= sqrt(var(simBB$k_c_BB))


# vecteur de noms de variables pour le calcul symbolique et l'affichage
par.names <- c("sh","ks","kc")

# Valeurs moyennes + conversions d'unites
sh <- moy_sh
ks <- moy_ks
kc <- moy_kc
par.mu <- c(sh,ks,kc)

# Incertitudes type
sh.u <- s_sh
ks.u <- s_ks
kc.u <- s_kc
par.u <- c(sh.u, ks.u, kc.u)

fFunc <- function(x) eps_norm_BB*(10^(-u_BB*b_BB*(sqrt(SN_BB^2+(c_BB^2/b_BB^2)*x[1]^2))))*x[2]*x[3]*1000000

y <- fFunc(par.mu)

fSample <- function(M, params) {
  # M : nombre de tirages a renvoyer
  # params : liste contenant les donnees necessaires au modele
  with(params, {
    sh.s <- rnorm(M, mean = moy_sh, sd = s_sh)
    ks.s <- rnorm(M, mean = moy_ks, sd = s_ks)
    kc.s <- rnorm(M, mean = moy_kc, sd = s_kc)
    return(cbind(sh.s, ks.s, kc.s))
  })
}

fModVec <- function(X) apply(X, 1, fFunc)


# Monte Carlo version
K <- 1000

params <- list(sh = sh, ks=ks, kc=kc, sh.u = sh.u, ks.u=ks.u, kc.u=kc.u)
X <- fSample(K, params)
X <- data.frame(X)

Y <- fModVec(X)

# Methode de Sobol
library(sensitivity)
sobolSA <- function(M, fInput, fOutput, params) {
  # Calcul des coefficients de sensibilite par la methode de Sobol
  # Premier echantillon
  X1 <- fInput(M, params)
  # Deuxieme echantillon
```

```
  X2 <- fInput(M, params)
  # Run de la méthode de Sobol
  z <- soboljansen(model = fOutput, X1 = X1, X2 = X2, nboot = 5000)
  return(z)
}

z <- sobolSA(M = 10000, fInput = fSample, fOutput = fModVec, params = params)
#sobolSA(M = 10000, fInput = fSample, fOutput = fModVec, params = params)
print(z)
```